Chapitre 4 La forme de la Terre

1 La rotondité de la Terre

L'environnement « plat » à notre échelle de perception cache la forme réelle de la Terre, dont la compréhension résulte d'une longue réflexion.

Jusqu'au VIe siècle avant J.-C., on trouve des représentations où la Terre est considérée comme un disque ou un cylindre flottant à la surface d'un océan infini. Certains cependant se doutent que la Terre est « ronde » : les Anciens avaient remarqué que, lorsqu'un bateau arrive à l'horizon, on commence à voir le mât avant la proue. C'est entre les Ve et le IVe siècles avant notre ère que Pythagore, Platon et surtout Aristote apportent les premières preuves de la forme sphérique de la Terre :
– lors d'une éclipse de Lune, on observe la forme arrondie de l'ombre de la Terre sur la Lune (Fig. 1) ;
– lorsqu'on se déplace du Nord au Sud, l'aspect du ciel change : les étoiles apparaissent au-dessus de l'horizon, tandis que d'autres étoiles disparaissent sous l'horizon dans la direction opposée.

Aristote pense même qu'il n'y a qu'une seule mer de l'Afrique aux Indes. La forme sphérique de la Terre est devenue une évidence pour les savants grecs.

La rotondité étant un fait acquis, des progrès sur la connaissance de la forme de la Terre ne furent accomplis qu'aux XVIIe et XVIIIe siècles par la découverte de l'aplatissement de la Terre aux pôles : la Terre n'est pas exactement sphérique, mais a la forme d'un ellipsoïde.

Fig. 1 : Éclipse de Lune.

2 La longueur d'un méridien

Le calcul d'Ératosthène

Au IIIe siècle avant J.-C., le savant grec Ératosthène donne une estimation de la circonférence de la Terre. Il a observé qu'à midi, le jour du solstice d'été, il n'y a pas d'ombre à Syène. En revanche, à Alexandrie, à 5 000 stades (environ 800 km) plus au nord, l'ombre faite par un gnomon (bâton) permet de déterminer que les rayons du Soleil font un angle de 1/50 d'angle plein (7,2°) par rapport à la verticale (Fig. 2).

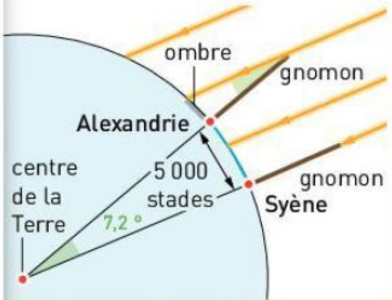


Fig. 2 : Les hypothèses d'Ératosthène.

Il considère que la Terre est ronde, que les rayons du Soleil sont parallèles (car le Soleil est infiniment loin) et que les deux villes sont sur un même **méridien**.

Partant du fait que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte, Ératosthène calcule alors la circonférence de la Terre.
Il trouve une valeur $C = 5\,000 \times 50 = 250\,000$ stades, soit environ 40 000 km.

La triangulation de Delambre et Méchain

En 1791, en France, l'Académie des sciences décide que le **mètre**, nouvelle unité de longueur, serait défini comme étant égal au dix-millionième du quart du méridien terrestre.

Trois éléments ont été déterminants pour lancer une mission devant établir la longueur du méridien : la méthode de triangulation de Snellius (1615), les progrès de la trigonométrie sphérique et la mise au point d'un instrument très précis de mesure des angles, le cercle répétiteur de Borda.

La méthode de **triangulation** consiste à mesurer une seule distance (la « base »), puis de construire une chaîne de triangles à partir de cette base. On mesure les angles de ces triangles par visée avec le cercle de Borda, puis on en déduit les distances dans chaque triangle par une formule de trigonométrie : la loi des sinus (Fig. 3).

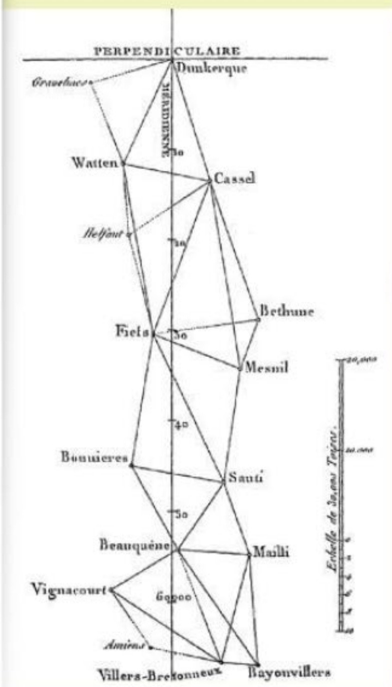


Fig. 3 : Triangulation de Dunkerque à Amiens.

En 1791, deux scientifiques, Jean-Baptiste Delambre et Pierre Méchain, sont chargés de mesurer la partie du méridien de Paris située entre Dunkerque et Barcelone : ils réalisent durant sept ans des mesures avec une chaîne de 94 triangles. Une unique mesure de longueur sera effectuée : celle de la base, située à Melun.

3 Longueur d'un chemin sur Terre

Pour calculer la longueur d'un chemin reliant deux points à la surface de la Terre, on doit tout d'abord connaître la position de ces deux points.

Ce sont les méridiens et les parallèles, cercles imaginaires tracés sur le globe terrestre, qui permettent de faire ce repérage :
– un **méridien** est un cercle qui passe par les deux pôles ;
– un **parallèle** est l'intersection de la sphère terrestre et d'un plan parallèle à celui de l'équateur.

Chaque point sur Terre peut être repéré par deux angles (Fig. 4) :
– la **longitude**, angle mesuré à partir du méridien de Greenwich ;
– la **latitude**, angle mesuré à partir de l'équateur.

Pour relier deux points, on peut imaginer différents trajets.

Lorsque deux points sont sur un même méridien, la longueur du chemin qui les relie suivant ce méridien est celle de l'**arc de méridien** intercepté par un angle que l'on déduit des latitudes des deux points.

Exemple : avec les données de la figure 5 a :
$\frac{L}{\widehat{AOB}} = \frac{L_M}{360}$ où $\widehat{AOB} = 60° - 22° = 38°$ et L_M, la circonférence du méridien :

$$L_M \approx 40\,000 \text{ km.}$$

Lorsque deux points sont sur un même parallèle, la longueur du chemin qui les relie suivant ce parallèle est celle de l'**arc de parallèle** intercepté par un angle que l'on déduit des longitudes des points.

Exemple : avec les données de la figure 5 b :
$\frac{L}{\widehat{ACB}} = \frac{L_P}{360}$ où $\widehat{ACB} = 55° + 20° = 75°$ et où L_P est la longueur du parallèle de latitude 30° Nord. Ce chemin n'est pas le plus court.

Le plus court chemin entre deux points à la surface de la Terre est l'arc du **grand cercle** qui les relie.

Cet arc de grand cercle est appelé « route orthodromique* » (Fig. 6). Des logiciels SIG (système d'information géographique) calculent sa longueur.

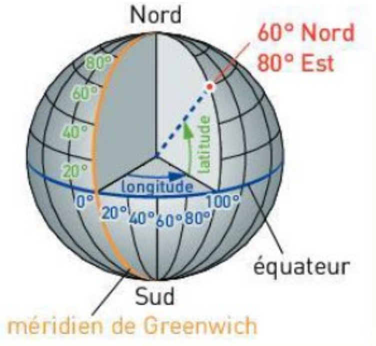


Fig. 4 : Latitude et longitude d'un point à la surface de la Terre.

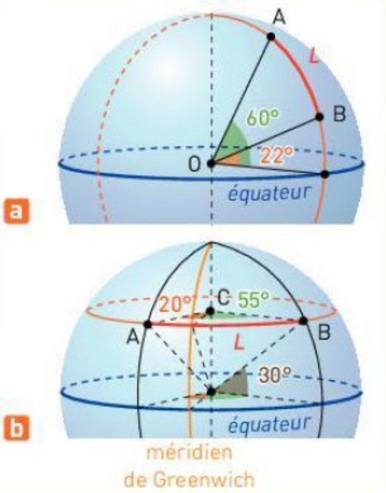


Fig. 5 : Arc de méridien (a) et arc de parallèle (b) reliant deux points à la surface de la Terre.

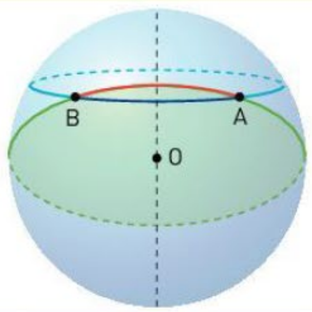


Fig. 6 : Grand cercle reliant deux points A et B.

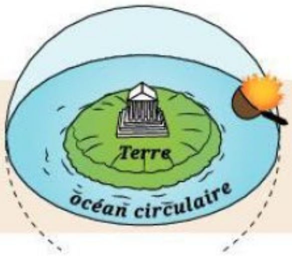
Le vocabulaire à retenir

- **Arc de méridien :** chemin qui relie deux points d'un même méridien en suivant ce méridien.
- **Arc de parallèle :** chemin qui relie deux points d'un même parallèle en suivant ce parallèle.
- **Grand cercle :** intersection de la sphère terrestre et d'un plan qui passe par son centre.
- **Latitude :** angle mesuré à partir de l'équateur.
- **Longitude :** angle mesuré à partir du méridien de Greenwich.
- **Méridien :** grand cercle qui passe par les deux pôles. La circonférence d'un méridien est environ 40 000 km.
- **Mètre :** unité de mesure de longueur créée en 1799.
- **Parallèle :** intersection de la sphère terrestre et d'un plan parallèle à celui de l'équateur.
- **Triangulation :** méthode de mesure de distances à l'aide d'une chaîne de triangles.

Enseignement scientifique – 1ère – Chapitre 04 : La forme de la Terre

Résumé

1 La forme de la Terre

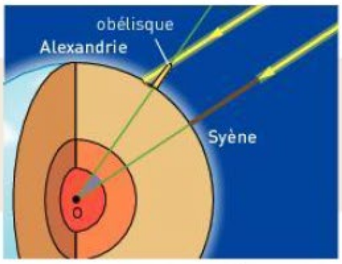


Thalès (VIe siècle av. J.-C.) : Terre plate

Anaximandre (VIe siècle av. J.-C.) : Terre cylindrique

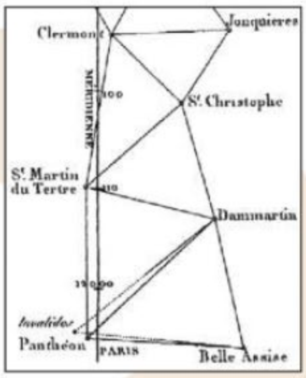
Aristote (IVe siècle av. J.-C.) : Terre sphérique

2 La mesure du méridien terrestre



IIIe siècle av. J.-C. : Ératosthène calcule la circonférence de la Terre : ≈ 40 000 km.

XVIIe siècle : Méthode de triangulation, fondée sur des mesures d'angles et la trigonométrie.

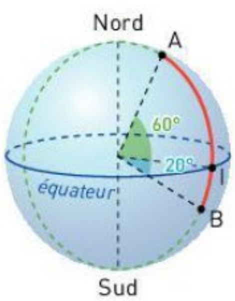


1791 : Mission de Delambre et Méchain.

1799 : Le mètre étalon : dix-millionième partie du quart du méridien terrestre.

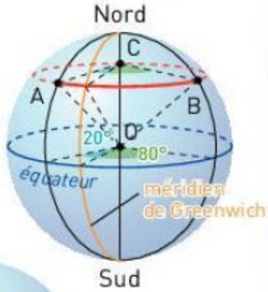
3 Calculs de longueurs sur la sphère terrestre

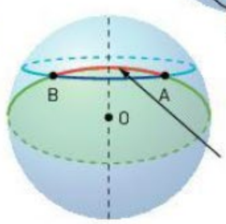
Longueur d'un arc de méridien



Outils :
- proportionnalité des angles et des arcs ;
- trigonométrie du triangle rectangle.

Longueur d'un arc de parallèle





Plus court chemin d'un point à un autre

Arc du grand cercle qui relie les points

Exercices

1 Connaître les mots-clés

Définir les mots ou expressions suivants.

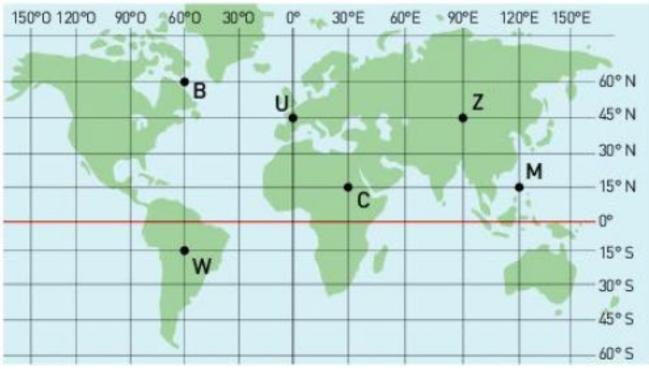
a. Le degré. b. Latitude. c. Longitude. d. Arc de méridien. e. Arc de parallèle.
f. Méthode de triangulation. g. Le mètre. h. Éclipse de Lune.

2 Restituer le cours

1. Quel savant connu a le premier avancé des arguments scientifiques quant à la forme sphérique de la Terre ?
2. En quoi une éclipse de Lune a-t-elle pu donner un argument au sujet de la forme sphérique de la Terre ?
3. Quel est le principe de la méthode de triangulation ?
4. Quelle définition du mètre a conduit à la mission de Delambre et Méchain ?

3 Déterminer la longueur d'un chemin reliant deux points

Sur la surface de la Terre, on considère les points B, W, U, C, Z et M représentés ci-contre.



1. Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse, puis justifier.

a. Tous les méridiens ont la même longueur.
b. Tous les parallèles ont la même longueur.
c. La longueur de l'arc de parallèle entre U et Z est égale à celle de l'arc de parallèle entre C et M.
d. Le plus court chemin pour aller de U jusqu'à Z est celui qui suit l'arc de parallèle passant par ces deux points.

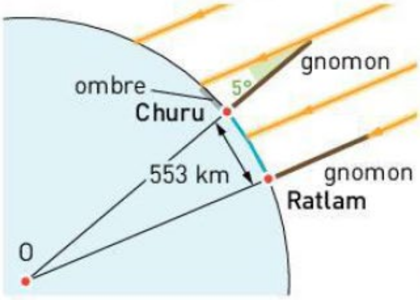
2. Pour chaque question, choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

	1	2	3	4
A - La longueur (en km) de l'arc de méridien entre B et W est d'environ :	$\frac{40\,000}{360} \times 75$	$\frac{40\,000}{360} \times 45$	$40\,000 \times \cos 45°$	$40\,000 \times \sin 45°$
B - La longueur (en km) du parallèle passant par Z est d'environ :	$40\,000 \times \cos 45°$	$\frac{40\,000}{360} \times 45$	34 172	28 284
C - La longueur (en km) de l'arc de parallèle entre U et Z est d'environ :	$\frac{28\,284}{360} \times 90$	$\frac{40\,000}{360} \times 90$	7 071	6 780

4 Appliquer la méthode d'Ératosthène

À midi, le jour du solstice d'été, il n'y a pas d'ombre à Ratlam (en Inde). À Churu, ville située à 553 km plus au nord sur le même méridien, on peut observer que les rayons du Soleil font un angle de 5,00° par rapport à la verticale.

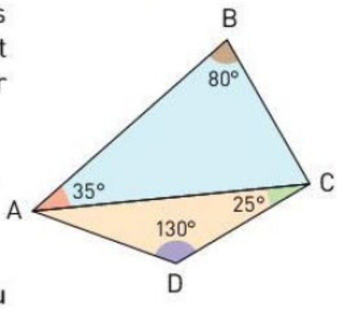
Calculer, avec ces données, la circonférence de la Terre.



5 Appliquer la méthode de triangulation

On donne certains angles de deux triangles ABC et ACD, ainsi que la longueur BC = 100 m.

Donnée : dans tout triangle ABC, on a : $\frac{BC}{\sin \widehat{A}} = \frac{AC}{\sin \widehat{B}} = \frac{AB}{\sin \widehat{C}}$.



1. Calculer la longueur du côté [AC], arrondie au mètre.
2. Calculer l'angle $\widehat{CAD}$.
3. En déduire la longueur du côté [CD], arrondie au mètre.

6 Calcul de la longueur d'un arc de parallèle

On considère deux points à la surface de la Terre : le point A a pour coordonnées géographiques **100° Ouest et 40° Nord** et le point B a pour coordonnées : **42° Est et 40° Nord**.

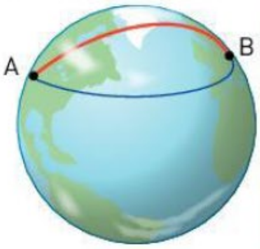
1. **Justifier** le fait qu'on puisse dire que A et B sont situés sur le même parallèle.

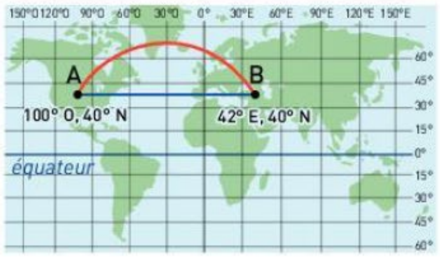
2. **Montrer** que la longueur du parallèle sur lequel sont situés A et B est d'environ 30 642 km.

3. On appelle C le centre du parallèle sur lequel sont situés A et B. **Justifier** que $\widehat{ACB} = 142°$.

4. **Calculer** la longueur de l'arc de parallèle qui relie A et B.

5. On donne ci-dessous deux chemins pour aller de A à B :





a. Quel chemin (rouge ou bleu) est celui dont on a calculé la longueur précédemment ?

b. Est-ce le plus court chemin pour aller de A en B ?

les clés de l'énoncé

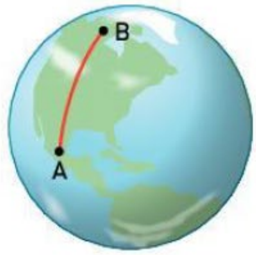
- L'énoncé donne la **longitude** et la **latitude** des points A et B.

Les questions à la loupe

- **Justifier** : donner des arguments scientifiques pour rendre compte du résultat donné dans la question.
- **Montrer** : mettre en œuvre un raisonnement pour arriver au résultat.
- **Calculer** : utiliser les méthodes vues en cours pour trouver le résultat.

7 Calcul de la longueur d'un arc de méridien

On considère deux points à la surface de la Terre : le point A a pour coordonnées géographiques 100° Ouest et 20° Nord et le point B a pour coordonnées : 100° Ouest et 66° Nord.



1. Pourquoi peut-on dire que A et B sont situés sur le même méridien ?

2. On appelle O le centre de la Terre. Justifier que $\widehat{AOB} = 46°$.

3. Calculer la longueur de l'arc de méridien qui relie A et B.

4. Est-ce le plus court chemin pour aller de A à B ?

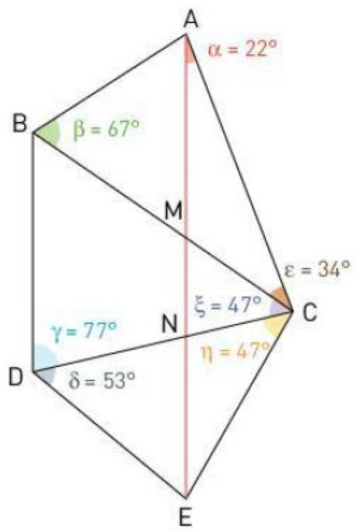
10 Triangulation avec une chaîne de trois triangles

Cet exercice illustre dans un cadre simplifié le calcul de la longueur du méridien, en utilisant trois triangles (au lieu des 94 triangles du travail de Delambre et Méchain).

On souhaite calculer la longueur d'un morceau du méridien de Paris, caractérisé par le segment [AE]. Pour cela, on a « enfermé » le segment correspondant dans une chaîne de trois triangles et on a réalisé les mesures angulaires portées sur le schéma. On arrondira les distances à 0,1 km près.

On dispose d'une seule distance : AC = 10 km.

Donnée : dans tout triangle ABC, on a : $\frac{BC}{\sin\widehat{A}} = \frac{AC}{\sin\widehat{B}} = \frac{AB}{\sin\widehat{C}}$.



1. Calculer les distances AM et MC.

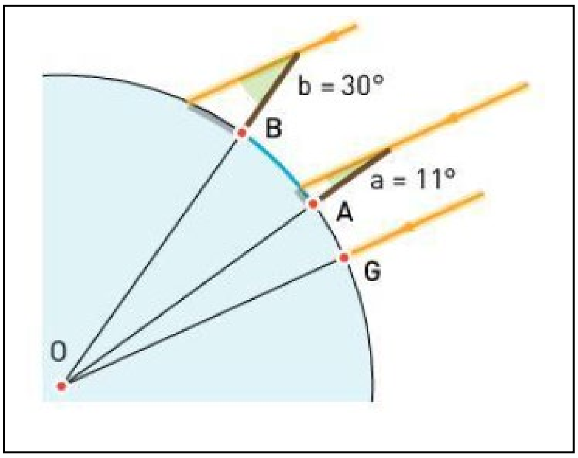
2. Calculer les angles du triangle CMN.

3. En déduire les distances MN et CN.

4. Déterminer les angles du triangle CNE, puis calculer la distance NE.

5. En déduire la distance AE.

14 Méthode d'Ératosthène



Dans deux villes A et B situées sur un même méridien, on a mesuré un même jour, à midi au soleil, l'angle des rayons du Soleil avec la verticale. La distance qui sépare A et B est de 2 115 km.

1. Expliquer pourquoi la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est de 19°.
2. Avec les données de l'énoncé, calculer la circonférence de la Terre.

Prépa BAC : 15 Choisir le plus court chemin

On considère trois villes dont on donne les coordonnées géographiques (arrondies) :
– Chittagong (au Bangladesh) : 92° Est – 22,5° Nord
– Cracovie (en Pologne) : 20° Est – 50° Nord
– Ulaangom (en Mongolie) : 92° Est – 50° Nord

1. Quelles villes sont sur un même méridien ? sur un même parallèle ?

2. a. Calculer la longueur de l'arc de méridien qui relie Ulaangom et Chittagong.
   b. Ce chemin est-il le plus court pour relier les deux villes ? Justifier.

3. a. Montrer que la longueur du parallèle passant par Ulaangom est d'environ 25 712 km.
   b. Calculer la longueur de l'arc de parallèle qui relie Ulaangom et Cracovie.
   c. Ce chemin est-il le plus court pour relier les deux villes ? Justifier.

4. Avec un logiciel, on a trouvé que la longueur du plus court chemin reliant Ulaangom et Cracovie est d'environ 4 933 km.
   Pour un avion qui consomme en moyenne 300 litres de kérosène aux 100 km, quelle est la différence de consommation selon l'itinéraire choisi ?